

一门“无用”课程的诞生

——信息化教学下的HPM课程设计与实践

宁波市江北区实验中学 曹戈



【摘要】早在20世纪70年代,数学史对数学教育的意义已经是许多数学教育家的共识:在数学发展历史上具有里程碑意义的同时,又是中学阶段可深入下去的基础知识,应恢复历史的“火热的思考”,笔者通过收集和整理编写了相关衍生课程,在实践中,由于常规的教学时间很难被用作数学史的教学,笔者借助信息技术进行全新的课程设计,利用学生碎片化的时间,力求在不增加学生负担的前提下,进行HPM课程教学。

【关键词】信息化;HPM;数学史;课程设计

1. 引言

数学史对于数学教育的意义与18世纪的一种教育理念密切相关:法国实证主义哲学家、社会学创始人孔德提出,对孩子的教育在方式和顺序上都必须符合历史上人类的教育,因为个体知识的发生与历史上人类知识的发生是一致的。

这种理念使后世数学教育家相信:数学史对于数学教学来说就是一种十分有效、不可或缺的工具。英国著名数学家德摩根强调数学教学中应遵循历史次序,荷兰数学家和数学教育家弗赖登塔尔则批评那种过于注重逻辑严密性、没有丝毫历史感的教材乃是“把火热的发明变成了冷冰冰的美丽”,认为数学史应该是数学教师用于数学教学的必备知识。到20世纪70年代,数学史对数学教育的意义已经是许多西方数学教育家的共识:利用它可以激发学生的学习兴趣、培养学生的数学精神、启发学生的人格成长、预见学生的认知发展、指导并丰富教师的课堂教学、促进学生对数学的理解和对数学价值的认识、构筑数学与人文之间的桥梁等等。^[1]

笔者于2017年申报了课题《基于数学史的初中代数延伸课程开发与实践研究》,在课程设计和实践研究中积累了一点经验,具体如下。

2. 课程内容的选择

在浩如烟海的数学史中,如何选择课程内容?笔者主张遵循以下三个原则。

2.1 蕴涵重要数学思想方法的知识应重点介绍

在初中作业习题中有很多数列求通项公式或者求和的问题,比如等差数列求通项公式,错位相减法,裂项相消等,然而教材中并没有相关内容,在教学过程中基本上是遇到一题讲一题,学生对数列的学习是碎片化的,没有成体系的,故在课程中介绍了数列的相关历史,下面是这节微课的部分文字稿:

毕达哥拉斯把数1,3,6,10,15,

21……这些数量的(石子),都可以排成三角形,像这样的数称为三角形数。把1,4,9,16……这样的数称为正方形数。

我相信曾经有无数的人在海边摆弄过石子,但历史却只记住了毕达哥拉斯。

只因为他留下了两个问题,能不能不借助石子,计算出每一堆石子的个数?把每一堆石子加起来,又有什么规律?

翻译成现代的数学语言就是,第n个数是多少?前n个数之和为多少?

介绍了毕达哥拉斯关于数列的两个核心问题后,课堂上便可介绍等差数列通项公式,错位相减法,裂项相消等求和手段。课后可继续延伸至无限项求和,下面是这节微课的部分文字稿:

公元前5世纪,芝诺发表了著名的阿基里斯悖论:他提出让乌龟在阿基里斯前面9米处开始,和阿基里斯赛跑,并且假定阿基里斯的速度是乌龟的10倍。当比赛开始后,若阿基里斯跑了9米,设所用的时间为0.9秒,此时乌龟便领先他0.9米;当阿基里斯跑完下一个0.9米时,他所用的时间为0.09秒,乌龟仍然前于他0.09米……芝诺认为,阿基里斯能够继续逼近乌龟,但决不可能追上它。

以上问题对时间求和即为(按照配图数字输入)

$t=0.9+0.09+0.009+0.0009+0.00009+\cdots=0.9999\cdots$

可证明 $0.9999\cdots=1$

2.2 连续性

这种连续性是指介绍的内容应脉络清晰、自成体系以使学生形成系统的认识。例如高中教材中有“复数概念的产生和发展”,初中教材中阅读材料里就有“负数的历史”“无理数的历史”。

在初一上学完绝对值概念以后,便可向学生介绍分类讨论思想,在课堂上拓展至多个绝对值的讨论方法,即零点分析法,这个方法在高中数学中应用广泛,比如一元二次不等式的解法,二次函数零点讨论等等。

2.3 体现数学家遭遇困惑、挫折或失败的经历

美国著名数学家和数学史家克莱因批评只注重逻辑严密性的数学教材:“通常的一些数学课程也使人产生一种错觉。它们给出一个系统的逻辑叙述,使人们有这种印象:数学家们几乎理所当然地从定理到定理,数学家能克服任何困难,并且这些课程完全经过锤炼,已成定局。学生被湮没在成串的定理中,特别是当他们正开始学习这些课程的时候。”^[2]

比负数概念以及负负得正这样的运算法则,历史上的西方人也曾经同样地困惑不解。19世纪法国著名作家司汤达回忆从前学习负数的情形:老师要他的学生将负数量看成某人的欠债,司汤达疑惑了:“一个人该怎么把10000法郎的债与500法郎的债乘在一起,好得到五百万法郎的收入呢?”^[3]而18世纪还有西方数学家不理解 $-a<0$:“什么东西可以小于没有呢?”,英国数学家弗伦德抨击那些“谈论比没有还要小的数、谈论负负得正”的代数学家,认为负数有悖常理,“只有那些喜欢信口开河、厌恶严肃思维的人才支持这种数的使用”^[4]。

克莱因指出了数学家奋斗经历对学生的教育作用:“课本中字斟句酌的叙述,未能表现出创造过程中的斗争、挫折,以及在建立一个可观的结构之前,数学家所经历的艰苦漫长的道路。而学生一旦认识到这些,他将不仅获得真知灼见,还将获得顽强地追求他所攻问题的勇气,并且不会因为他自己的工作并非完美无缺而感到颓丧。”^[2]

3. 课程实施

2019年,浙江省开展千校结对,笔者所在方校与宁波市江北新城外国语学校结对,笔者有幸作为支援方教师为两校学生授课。在学校领导的鼓励下,基于笔者的课题研究,笔者开设了数学史课程《数学的魅力——像数学家一样思考是一种怎样的体验》。

3.1 创建探究性问题情景

课程伊始建立讨论群,在讨论群中发布微课后,学生进行实时的自由讨论,教师对学生讨论中的疑问、见解进行实时的记录,并进行初步引导,最后得出课堂讨论每一环节的主题,学生在这个过程中充分进入问题的情境和适应讨论的氛围,并对课程内容形成清晰的认识,以达到“带着问题来课堂”的目的。

3.2 探究式学习活动

课堂中的学习活动基于课前微课开展,此时学生已了解历史问题情境,明确课堂探究主题,在探究中学生是课堂的学习者、参与者、研究者。学生以小组为单位发表课前初步思考并相互评价,教师总结评价学生的问题与方法,并为学生提供新的数学工具,进而引申出相衔接的新的真实问题,学生再次以小组为单位解决新的问题,并进行汇报与评议。

3.3 延伸问题的探究活动

延伸问题的探究学习活动是整个课程设计中最后也是最复杂的学习活动。它建立在微课学习活动和探究式学习活动基础之上,并且是对前两个活动的深化和提升。

教师布置小论文后,各小组进行选题,根据教师所给的线索成员分解任务,确定论文方案,分布解决,教师定期检查指导,各小组间可以在讨论群中交流讨论,最终形成论文,并在课程最后进行汇报与结果分享活动,最终教师进行总结评价,启发与反思。

4. 小结

基于数学史的探究型课程为学生创建了更加丰富有趣的数学课堂,受到了许多学生及家长的欢迎。学生更积极的参与课程,加深了学生对概念性知识的理解,增加学生对数学学科的学习兴趣以及学习自信心;探究式的学习活动,培养了学生的科学探究意识,提高了解决问题的能力;而论文的撰写,则让学生的逻辑思维及表达能力也得到了较好的发展。

参考文献:

- [1]王振辉等.数学史如何融入中学数学教材.数学通报,2003(9).
- [2]M.克莱因.古今数学思想.上海:上海科技出版社,1997.
- [3]Hefendehl Hebeker L.Negative numbers:obstacles in their evolution from intuitive to intellectual constructs.For the Learning of Mathematics, 1991,11(1): 26~32
- [4]Howson G.A History of Mathematical Education in England. Cambridge: Cambridge University Press.1982. 87~92.

征稿启事

为进一步提高宁波教育管理工作者和广大教师教育教学的实践和理论水平,秉承“公开、公平、公正”的原则,《现代金报·宁波教育》特设《明州教育》专栏,为广大教育工作者提供交流教育教学经验和发表教育教学研究成果的平台。

要求

1200—3000字,拒收已发表过的论文。
一律以电子版形式发送至邮箱,文末注明作者通讯地址、邮编、工作单位、联系电话、QQ、电子邮件等。

投稿邮箱:xiandaijinbao@qq.com