

2024年1月5日 星期五 责编:万建刚 俞素梅 美编:张靖宇 审读:邱立波



临近期末,同学们陆续进入复习阶段。为了给大家提供更多复习的思路和方法,“名师面对面”本月推出“名师说题”栏目。我们将邀请学科名师,针对学习中的难点或易错点来说题解题,助推同学们开阔思路,提高解题能力,提高复习整理的能力。

与圆相关的图形面积原来有这么多解题方法



说题嘉宾
宁波市小学数学名师
宁波市镇海区鲲池小学
王世彦
学习对象
小学六年级学生

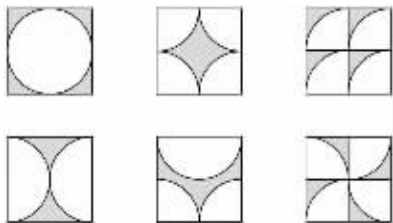


扫描二维码
观看更多内容

一、百变归一,从表象到本质

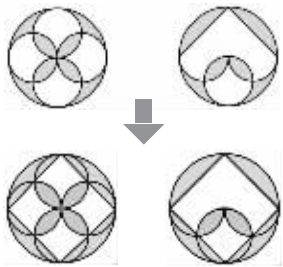
1. 方中圆

先看一组题,求阴影部分的面积:



看似不同的形状,通过仔细观察,我们不难发现,把图形中的空白部分进行组合,就是一个圆的面积。那么,阴影部分都是从正方形中减去一个圆的面积,就是我们熟悉的方中圆。

2. 圆中方

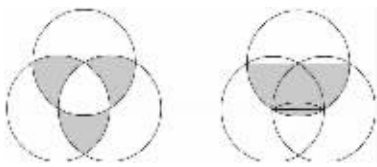


通过转化,我们发现这些图形都可以变成圆中方,用圆的面积减去正方形的面积,即所求的阴影部分。

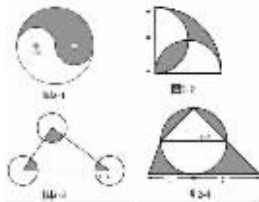
刚才我们从两组图形入手,图形的多种变换,其实都围绕着方中圆和圆中方的本质问题,大家也可尝试着找一找,画一画,还有其他类似的图形。

二、化零为整,学会从整体看问题

有时我们在做题时会被复杂的图形所困扰,但静心想一想,做些适当的转化,你就能体会到解题时柳暗花明又一村的豁然开朗。下面这道的阴影部分面积,你想到了什么方法?



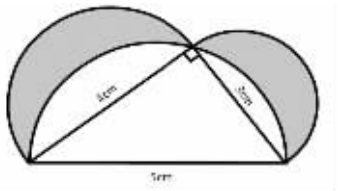
没错,我们把图形进行适当分割和移动,这样阴影部分的面积刚好是半个圆形。将不规则的图形转化成规则图形,化零为整,也是解题的一种好方法。



这几道题都需通过图形的运动将阴影部分进行转化。题1求的是半圆的面积;题2求的是 $1/4$ 的圆中方;因为三角形的内角和是 180° ,题3的阴影刚好是正方形面积的一半;题4,我们通过翻转阴影部分变成两个三角形的面积,而下边的三角形还可以通过面积的等积守恒进行转化,阴影面积最终变成一个三角形的面积。

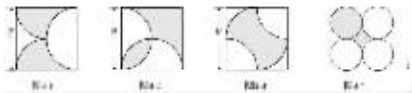
三、化曲为直,图形之妙运乎于变

数学的美妙在于它的神奇的变化。如下图,这样的阴影部分该怎么求呢?



我们先理清解题思路,阴影部分的面积应该是左半圆的面积+右半圆的面积+三角形的面积减去大半圆的面积,现在可以把算式进行整理,大

家是不是发现两个小半圆的面积刚好与大半圆相等,相互抵消,这样阴影部分面积就变成这个直角三角形的面积。

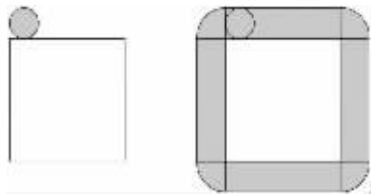


同学们一定发现了,这些曲线围成的图形,居然都是可以转化成线段围成的平面图形。题1、题2、题3阴影部分的面积都是正方形的一半。题4两种不同的转化方法,但都变成了正方形。

四、化动为静,画出来的精彩

以上这些阴影部分的面积,通过图形的运动,利用转化的思路我们可以找到解题的一些好方法。那么,面对运动着的圆又有什么解题方法呢?

先来看这道题:一个小圆绕着正方形的边长滚动一周,它扫过的面积是多少?解这道题的关键是小圆扫过的面积是什么形状,我们先想象一下,再一起来看小圆的运动轨迹。大家有发现吗?小圆扫过的图形面积,先由角上的4个直角扇形刚拼成一个圆形,圆形的半径就是小圆的直径。再加上4个长是8厘米,宽是2厘米的长方形,即圆形扫过的面积。



大家再想象一下,如果这个圆刚好沿着正三角形的边长滚动一周,它扫过的面积又是如何呢?对比一下,这两种不同图形的滚动轨迹,我们可以发现不管是几边形,小圆扫过的面积都有一个圆的面积,再加上有几条边就有几个长方形的面积。将运动的过程与图示表征出来,简单又清楚。化动为静也是一种好的方法。试想一下,小球在正方形内沿边滚动,留下的轨迹又有什么不同呢?有兴趣的同学可以继续研究。

围绕着与圆相关的图形面积的计算有很多,但通过这样的归类整理,大家对这些图形阴影的求法有了进一步的思考。百变归一、化零为整、化曲为直、化动为静等,这些形象而生动的名称是不是给大家留下了深刻的印象?相信还有更多的好方法等着大家去发现。一道好的题目能发人深省,学习数学不仅要会解题,还要会讲题。更要学会归类分析,能做一“题”而明一“类”,从而加强对数学问题的本质思考。

抓住这些方法解决“分数与比”问题



说题嘉宾
宁波市小学数学名师
宁波市鄞州区江东中心学校
邬俊谦
学习对象
小学六年级学生



扫描二维码
观看更多内容

【例题】

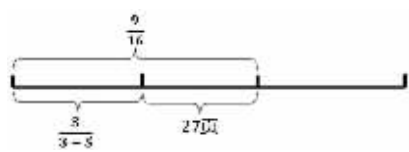
丽丽最近在阅读一本科普类的图书。读了一天,已读的页数与未读页数比是 $3:5$ 。第二天又读了27页,这时已读了总页数的 $9/16$ 。这本书一共有几页?

【分析】

这是一道有关“分数”与“比”的问题。通常有两种解决方法,即可以统一成“分数”或“比”去解答。

在此题中,根据“已读的页数与未读页数比是 $3:5$ ”,我们就可以得知,“读了一天”,已读的页数占了总页数的 $9/16$,把“比”转化为“分数”,再根据“第二天又读了27页,这时已读了总页数的 $9/16$ ”,就可以找到“27页”的对应分

率(如下图所示,线段全长表示这本书的总页数),最后运用“量率对应”求得结果。



另一种方法,根据两天后“已读了总页数的 $9/16$ ”,说明已读页数与总页数之比是 $9:16$,把“分数”转化为“比”。再根据“读了一天,已读的页数与未读页数比是 $3:5$ ”,需要注意的是,这里的前项是“已读的页数”,而后项则是“未读页数”,因此需要转化为已读页数与总页数之比是 $3:(3+5)$,即 $3:8$ 。这样

前后两个比都在表达“已读页数”与“总页数”两个量之间的比。因为这本书的总页数是一定的,因此这里的总页数“16”和“8”应该为同一个数,为了计算方便,我们通常取它们的最小公倍数,即16,于是把 $3:8$ 转化成 $6:16$,这样我们就很容易发现已读的页数由原来的“6”份,经“第二天又读了27页”后变成了“9”份,其中的3份($9-6$)便是“27页”(如下图所示,线段全长表示这本书的总页数),这样就可以求出“每份”是多少,最后再求这本书的总页数。

【启示】

同学们,我们知道分数和比有着紧密的关联,它们都可以表示两个量之间的倍数关系,在解决问题的过程中可以

相互转化。也就是当我们看到比,就能联想到分数,看到分数会联想到比。在转化之前,无论是分数或是比,都要看清楚它所反映的是哪两个量之间的倍数关系,是部分与总量,还是部分与部分之间的关系?也就是说,当比转化为分数时,两个分数的单位“1”是相同的,比如例题中“ $9/16$ ”“ $3/8$ ”都是以总页数为单位“1”;当分数转化为比时,两个比的前后项表达是一致的,比如例题中的“ $9:16$ ”与“ $3:8$ ”,它们都是在反映“已读页数”与“总页数”之间的关系。两种方法也有相同之处,都是用到了“对应”思想,当转化为分数时用量率对应,而转化成比时,则是量份对应。大家在平时练习时,只要抓住这些方法,相信再难的题目也将被你轻松拿下!